

論文名 Title	紙の折りにくさの評価方法の研究	A Stiffness Model For Origami Folding
著者 Author(s)	中田悠介 藤枝陽太 森大成 岩井仁志 中谷宗雅 上原隆平 山部昌	Yusuke Nakada, Yota Fujieda, Taisei Mori, Hitoshi Iwai, Kazumasa Nakaya, Ryuhei Uehara, Masashi Yamabe
受理年月日 Date of acceptance	2015/2/8	
掲載 First publish	『折り紙の科学』（"Science of Origami"）2015/3/31 Vol. 4 No. 1 page 34-44	
備考 Note		

日本折紙学会
Japan Origami Academic Society
www.origami.jp

紙の折りにくさの評価方法の研究

中田悠介* 藤枝陽太* 森大成* 岩井仁志† 中谷宗雅*
 上原隆平† 山部昌‡

* 小松高校 den_de@m2.ishikawa-c.ed.jp

† 北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科
 {h.iwai, uehara}@jaist.ac.jp

‡ 金沢工業大学 工学部 機械工学科
 yamabe@neptune.kanazawa-it.ac.jp

A Stiffness Model For Origami Folding

Yusuke Nakada* Yota Fujieda* Taisei Mori* Hitoshi Iwai†
 Kazumasa Nakaya* Ryuhei Uehara† Masashi Yamabe‡

* Komatsu Highschool, Ishikawa Prefecture. den_de@m2.ishikawa-c.ed.jp

† School of Information Science, Japan Advanced Institute of Science and
 Technology. {h.iwai, uehara}@jaist.ac.jp

‡ Department of Mechanical Engineering, College of Engineering, Kanazawa
 Institute of Technology. yamabe@neptune.kanazawa-it.ac.jp

要約：本研究では、折り紙を折る際の紙の折りにくさについての評価方法を提案する。折りにくさを評価するための素朴なアイデアとして、紙を1枚の板で近似して、この板の曲げを評価するという方法が考えられる。しかし折り畳まれた紙に対してこの素朴なモデルを適用して評価すると、アンケートの結果とは一致しないことがわかった。そこで、折り紙を折る行為をより精査し、折りにくさの主要な原因は、折り目の交差部分にあるという仮説をたてた。この仮説に基づいた評価はアンケートの結果と合致しており、折りにくさの指標として有用であることを明らかにした。

Abstract: An evaluation method for hardness of origami folding is proposed. As a naive idea to evaluate the hardness for folding, we may consider a sheet of paper as a rectangular board, and evaluate its elastic deformation. However, when we apply this naive idea to folding of a folded sheet of paper, it contradicts the results of a questionnaire survey. We investigate the origami folding motion, and give a hypothesis that the hardness of folding comes from the intersection points of crease lines.

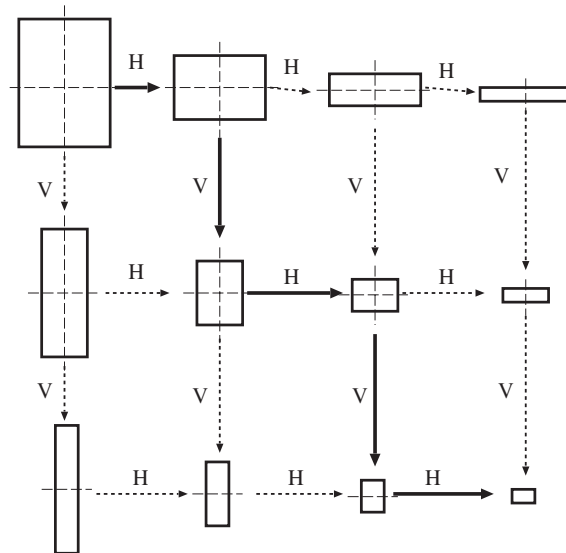


図1 紙を5回半分に折って1/32にする方法

Our proposed evaluation method is consistent with the questionnaire survey, and hence useful to evaluate the hardness of folding.

Keywords: evaluation of folding, hardness of origami folding, map folding, moment of inertia of area.

1 はじめに

昨今の折り紙におけるコンプレックス作品など、多くの紙を重ねて折るとき、紙の重なりが多いとだんだん折りが困難になっていく ([1] など)。これはごく自然な現象であるが、そこには多くの原因が考えられる。まず始めに思いつくのは紙の厚さである。例えば紙を12回半分に折ることに挑戦した Britney Gallivan は紙の厚さを評価し、12回半分に折るために必要な紙の長さを計算し、それを実証した*1。

しかし実際に折り紙を折ると、単に紙の厚さに比例して折るのが困難になるという単純な事ではないことに気づく。Gallivan の研究では、非常に細長い紙を同じ方向に繰り返して半分ずつに折っていた。言いかえると1次元の紙を繰り返して半分に折るという問題であり、折り目同士はいつでも独立で、交差しなかった。逆に言えば、厚さだけを考察するため、意図的に折り目の交差を避けた問題を考えている。しかし実際の折り紙は2次元の紙であり、複数の折り線が交差する状況は避けられない。本研究では、この折り線が交差する状況に焦点をあてる。具体的には、地図をはじめとする長方形の紙をコンパクトに折り畳むときの自然な方法を考える。紙をコンパクトに折り畳むとき、図1の太い実線で示した通り、縦横を交互に折っていくことが多い。しかしこれが最適な方法だろうか。例えば紙を5回半分に折り、大きさを最初の1/32にする場合、図1に点線で示した通り、数多くの選択肢がある。具体的には、水平な2等分線に沿って縦に半分に折る(H)ことを3回、垂直な2等分線に沿って横に半分に折る(V)ことを2回実行するので、 ${}_5C_2 = 10$ 通りの選択肢がある。本研究では、この折り畳み方に焦点をあて、折り畳みの困難さを評価

*1 <http://pomona-historical.org/12times.htm>

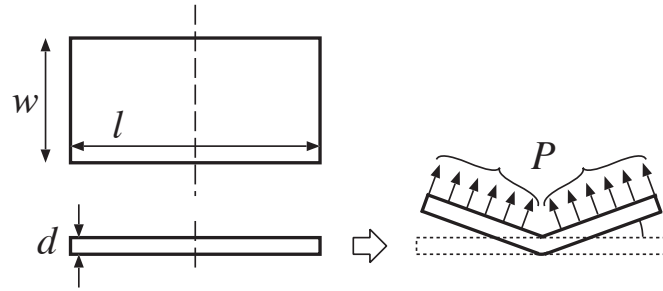


図2 大きさ $l \times w \times d$ の板を θ ラジアン折り曲げる様子

する方法を提案する。

直感的に明らかなように、この折り方の場合、最後の1折りが最も紙が厚く、困難な作業である。そこで、この10通りのそれぞれにおける最後の1折りの困難性を比較して、最も困難な折り手順と最も容易な折り手順を特定する。最終的にはVVHHHが最も容易な折り手順であることが、アンケートからも、提案モデルからも結論付けることができる。工学的には、薄い膜をとにかく小さく折り畳みたい状況などにおいて、本研究による基準で評価して、最も容易な折り手順を採用すれば、ロボットの腕に求められる最大強度などを最適化できると考えられる。

まず素朴なモデルとして、それぞれの大きさと厚さの紙を硬い板と考えると、力学的な計算を行った。こうした板の折り曲げは、「曲げ」「破壊」「降伏」という3つの破壊プロセスを経て折れ曲がる。本稿では、折り紙は最初の曲げ始めが最も力のいるプロセスであると考え、そこで最初の曲げプロセスに注目し、弾性変形における断面2次モーメントを用いた式で評価することにする。具体的には、長さ l ・幅 w ・厚さ d の板(図2)の弾性変形における折り曲げに要する力 P は、

$$P = \frac{24EI\theta}{l^2}$$

で表現することができる(図2)。ここで E は材質によってきまるヤング率、 θ は曲げの角度、 I は断面2次モーメント $I = \frac{wd^3}{12}$ である。本研究で比較する折り畳んだ紙に関しては、 E や θ はどれも同じであるため、比較の対象から外してよい。一方、折り畳んだ紙では、周辺部に折り返し部分があるため、この部分の影響を考慮に入れる必要がある。つまり素朴なモデルでは、紙の周辺部を考慮した断面2次モーメント I を用いて、係数 $\frac{I}{l^2}$ を計算し、その大きさを、それぞれの最後の1折りの困難さを比較する。

さて、素朴なモデルとして、折り紙を「板の折り曲げ」で近似して、紙を5回折って $1/32$ にする方法を上記の係数 $\frac{I}{l^2}$ で評価すると、それぞれの折り順序の善し悪しが評価でき、しかるべき順序が計算できる。そこでこの素朴なモデルの妥当性を調べるため、25名の被験者に実際に紙を折ってもらい、「どちらの方法が折りやすく感じるか?」というアンケートを実施してデータを取得した。その結果、このアンケートの結果と、素朴なモデルによる評価結果は、一貫性がなかった。すなわち、この素朴なモデルでは、折り紙の折りやすさを評価することはできないというのが、本論文の最初の結論である。

そこで、折り紙における折り操作をもう少し詳しく吟味する。長さ l ・幅 w ・厚さ d の

畳まれた長方形を半分に (図 2 のように) 折るとき、人は、(1) 折り線になりそうな部分にいくつか折り目をいれ、(2) これらの折り目をつなぐ長い直線に沿って折り操作を実行し、(3) 最後に強く圧迫して折り線を定着させる。この 3 つのプロセスにおいて、本問題で考慮すべき点は (1) である。いくつかの折り目をいれるときに手に感じる抵抗こそが折りにくさの原因であるというのが、本論文における仮説である。この場合、手に感じる抵抗は、紙の端の部分と、中央の部分とは異なる。具体的には、折り畳まれた紙においては、紙が折り返している両端部分が最も折りにくいところである。端的に言えば、長方形状の紙の両端部分に最初に折り目をいれるプロセスこそが最も大きな影響を与えているというのが本論文における仮説である。この仮説に基づいて、折りにくさの指標となる係数を導入して計算した結果、アンケートの結果は、すべてこの仮説に基づく評価で説明することができた。

2 準備とアンケートの詳細

■断面 2 次モーメント 材質によって決まるヤング率 E 、曲げの角度 θ に対して、長さ l ・幅 w ・厚さ d の板の折り曲げに関する弾性変形は $\frac{24EI\theta}{l^2}$ であることは、すでに 1 章で述べた。ここで I は断面 2 次モーメントであり、 $I = \frac{wd^3}{12}$ であった。本稿では、もう一つ重要なケースとして、パイプの断面 2 次モーメントを使う。丸パイプにおいて、外部の幅 (断面の直径) が D 、内部の穴の幅が d であるとき、断面 2 次モーメントは

$$I = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}$$

で表現される。

■紙のデータと折り方 まず A3 サイズの紙 (300mm × 300√2mm) を用意する。紙の厚さは実測で 0.092mm であった*2。この紙を 1/32 に折る方法は 10 通りある。具体的には、最初に紙を縦長に置いて、そのあと水平線に沿って縦に折る方法を H、鉛直線に沿って横に折る方法を V と書くことにすると、HHHV, VHHHV, HVHHV, HHVHV, VVHHH, HHVVH, HVHVH, VHHVH, HVVHH, VHVHH である。ここで、本実験では山折りと谷折りを区別していないことに注意する。今回の研究では、なるべく単純な指標を与えることを目標としていたため、紙の上下関係は本質ではないと見なし、山折りと谷折りを区別しなかった。より詳細な評価を行う場合は、これも考慮の対象とするよくだろう。これに対する議論は、最後の 6 章で行なう。

また本実験では、明らかに最後の 1 折りが最も折りにくいため、この折り操作の比較を行った。アンケートは 25 名の被験者に対して行った。実験の詳細は以下の通り。

1. 2 つの折り方 (例えば VHHHV と HHHVV など) を比較対象として選ぶ
2. 前もって 4 回目まで折っておく (例えば VHHH と HHHV など)
3. 最後の 1 折りを被験者に実行してもらって、どちらが折りにくいかを 5 段階評価で選んでもらう

*2 本稿では、実際の紙の厚みの製造誤差を考慮して有効数字は 2 桁とする。

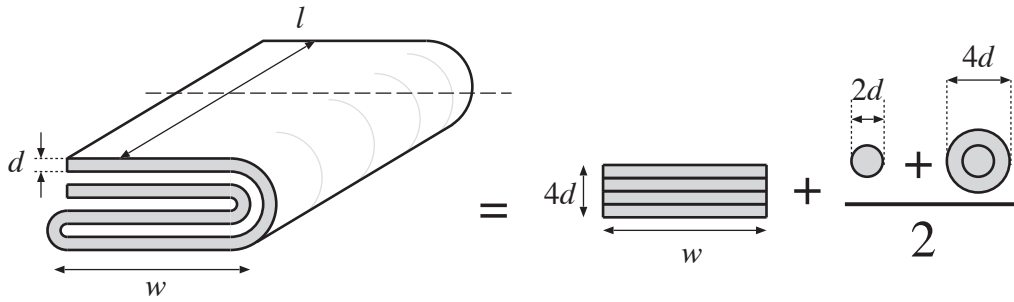


図3 折り紙の折り畳みにおける素朴なモデル

3 素朴なモデルによる評価

まず折り畳んだ紙の折り畳みに関する素朴なモデルを示す(図3). 折り畳まれた紙は、おおむね長方形の板状であるとはいえ、両端に紙が折り返された部分がある. この部分は、パイプを半分に切ったものであるととらえることができる. とはいえ、独立したハーフパイプではなく、板状の部分に接続されているので、ハーフパイプを折るというモデルは不適切であろう. そこで、素朴なモデルとしては、通常のパイプの折りを半分にしたものとする. また、紙の内側のギャップや、パイプが入れ子になっている場合のパイプとパイプの間のギャップも無視する. 断面2次モーメントはそのまま加えればよいので、例えば図3の折り曲げの場合、

$$I = \frac{w(4d)^3}{12} + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi(2d)^4}{64} + \frac{\pi(4d)^4}{64} \right)$$

となる. つまり幅 w で厚さ $4d$ の板と、太さ $2d$ のパイプの半分と、太さ $4d$ のパイプの半分をつないだものと考えている. 以下、簡単のため直径 x のパイプを x パイプと呼ぶことにする*3. 以上の考察を元に、今回の10通りの折り方の最後の1折りに関する各データを求めたものを表1に示す.

4 素朴なモデルによる評価とアンケート結果の検討

3章の計算結果により、 $\frac{I}{l^2}(\text{mm}^2)$ の値を評価基準とすれば、最後の折り方がVであるかHであるかだけで折りやすさがほぼ決まってしまう. そこで本当にそうなるか、いくつかの組についてアンケートを実施した. 結果は次の通り. 以下、2種類の折り方の比較の5段階評価は $\ll, <, =, >, \gg$ で表現することとする.

■実験1:折り方 HHHVV(0.00063) と HVHVH(0.0018) この2種類の計算上の数値はそれぞれ HHHVV が0.00063で HVHVH が0.0018であり、大きな差がある. 図4(1)のアンケート結果は、おおむねこれと合致していると言える.

*3 内部のギャップは実際には詰まっているので、パイプというよりもむしろ円柱であるが、イメージを残すためにパイプとした.

折り方	HHHVV	VHHHV	HVHHV	HHVHV	VVHHH
$l(\text{mm})$	150				105
2dパイプの本数(本)	2	0	2	2	4
4dパイプの本数(本)	2	1	0	2	4
8dパイプの本数(本)	2	1	1	0	0
16dパイプの本数(本)	0	1	1	1	0
$I(\text{mm}^4)$	14	14	14	14	20
$I/l^2(\text{mm}^2)$	0.00063	0.00063	0.00063	0.00063	0.0018
折り方	HHV VH	HVHVH	VHHVH	HVVHH	VHVHH
$l(\text{mm})$	105				
2dパイプの本数(本)	0	0	4	0	4
4dパイプの本数(本)	0	2	0	2	0
8dパイプの本数(本)	1	0	0	2	2
16dパイプの本数(本)	1	1	1	0	0
$I(\text{mm}^4)$	20	20	20	20	20
$I/l^2(\text{mm}^2)$	0.0018	0.0018	0.0018	0.0018	0.0018

表1 折り方とそれぞれのデータ

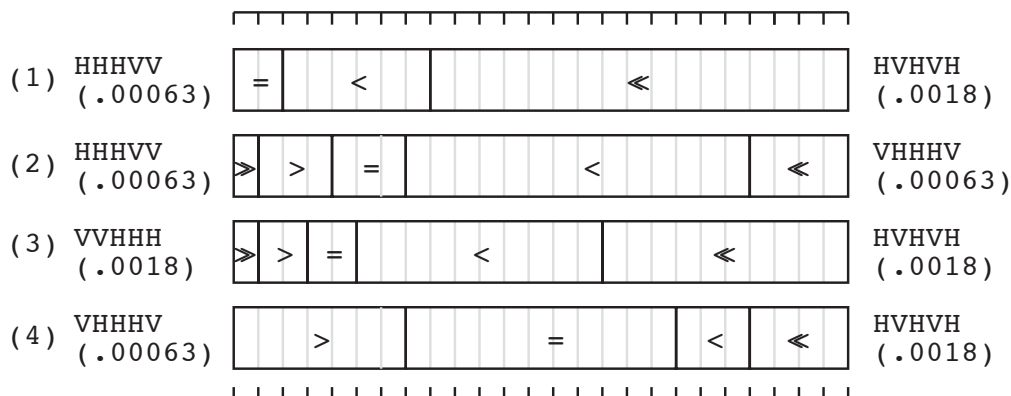


図4 4種類の比較のアンケート結果

■実験2:折り方 HHHVV(0.00063) と VHHHV(0.00063) この2種類の計算上の数値は同じであるが、図4(2)のアンケート結果によると、HHHVVの方が折りやすいと感じる人間が非常に多い。数だけで言えば、実験1と比較しても遜色がない。それほど極端な違いではないが、確実に差があると判断できる。

■実験3:折り方 VVHHH(0.0018) と HVHVH(0.0018) この2種類の計算上の数値は同じ値である。ところが図4(3)のアンケート結果では、実験2と同様、圧倒的にVVHHHの方が折りやすいという結果になっている。特に<と<<を合わせた合計20/25という数値は、実験1の23/25に較べてもそれほど差は大きくない。

■実験 4: 折り方 VHHHV(0.00063) と HVHVH(0.0018) この 2 種類の折り方の計算上の数値には、大きな差がある。ところが図 4(4) のアンケート結果では、「同じである」という結果が多数をしめており、完全に矛盾する結果となっている。

以上の 4 点のアンケート結果を見ると、合致している場合もあるが、まったく合わない場合も無視できないくらいある。以上から、素朴なモデルは、今回の紙の折りの困難さの評価基準としては不適切であると結論できる。

5 提案モデルと検討

先の 4 章で見たとおり、従来の板の折り曲げについての弾性変形に必要な力を考えても、折り紙の折りの困難性を評価するための基準としては不適切であることがわかった。なぜだろうか。原因は「折り紙を折る」という動作の詳細を考えていないことにある。折り紙を折る動作は、大きく以下の 3 つのステップに分けることができる。

- (1) 折り線になりそうな部分にいくつか前もって短い折り目をいれる。
- (2) これらの折り目をつなぐ長い直線に沿って折り操作を実行する。
- (3) 強く圧迫して折り線を定着させる。

今回の問題では、手の大きさと比較して、少し小さい紙を二つに折るという操作を行って比較している。このときの操作を想像すると、最初に紙を折る瞬間、すなわちステップ (1) で手に感じる抵抗が折りにくさの原因となっていると考えることができる。つまりステップ (1) における評価方法を考えなければならない。ここで素朴なモデルにおける係数 $\frac{I}{l^2}(\text{mm}^2)$ の中の変数を吟味してみよう。

まず、係数の中の l^2 の果たす役割りを考えてみる。これは折り線と垂直な方向の辺の長さ l であり、これは l を生かしたテコの原理を反映していると思えることができる。ところが通常、折り紙を折る操作では、折り線の付近を持って折るため、こうした紙の長さを利用したテコの原理は通常使わない。紙の端同士を合わせて折る場合も、紙がたわむため、テコの原理を使うとは考えにくい。したがってこの l^2 という要素は不要である。

また、ステップ (1) で、何箇所かに小さ折り目を入れるとき、それは局所的な折りなので、紙の幅は関係ない。もちろん w が極めて大きい場合は、ステップ (2) や (3) での折りも「折りにくさ」に反映されると考えられるが、今回の問題での紙の大きさであれば、この長さは「折りにくさ」にはつながらないと考えるべきであろう。したがって、ステップ (1) での評価に置いて、折り線の幅 w も考慮の対象から外してよい。

実際、断面 2 次モーメントの計算式を見ると、板状の部分の貢献 $\frac{w(4d)^3}{12}$ は、例えば $2d$ パイプの貢献 $\frac{1}{2} \frac{\pi(2d)^4}{64}$ や $4d$ パイプの貢献 $\frac{1}{2} \frac{\pi(4d)^4}{64}$ に較べると、極めて大きい ($d = 0.092\text{mm}$ である一方、 $w = 150\text{mm}$ や $w = 105\text{mm}$ であった)。したがって仮に板状の部分の w が結果に影響するならば、結局のところパイプ部分の影響は無視できるほど小さい。表 1 の I/l^2 が l の値によって二分されているのは、実際には w の値によって二分されていることがわかる。しかし、実際のアンケート結果では、最後の 1 折りが H であるか V であるかによって完全に 2 分されているわけではない。つまり主要な原因に w の貢献があるとすると、アンケート結果を説明することはできない。

折り方	HHHV	VHHHV	HVHHV	HHVHV	VVHHH
2d パイプの本数	2+0	0+0	2+0	2+0	4+0
4d パイプの本数	2+0	1+0	0+0	2+0	0+4
8d パイプの本数	0+2	1+0	1+0	0+0	0+0
16d パイプの本数	0+0	0+1	0+1	0+1	0+0
I' (mm ⁴)	0.029	0.23	0.23	0.23	0.0036
折り方	HHVVH	HVHVH	VHHVH	HVVHH	VHVHH
2d パイプの本数	0+0	0+0	4+0	0+0	4+0
4d パイプの本数	0+0	2+0	0+0	2+0	0+0
8d パイプの本数	1+0	0+0	0+0	0+2	0+2
16d パイプの本数	0+1	0+1	0+1	0+0	0+0
I' (mm ⁴)	0.23	0.23	0.23	0.029	0.029

表2 折り方とそれぞれのパイプ部分の断面2次モーメント I' の値. x パイプが $(i+j)$ 本あるという記述は, 左に i 本, 右に j 本あるという意味である. 計算のあとで必要なら左右を入れ換えて, 右側の方が値が大きくなるようにしてある.

さらに, 16 枚の紙が重なっているという状況をよく考える必要がある. まず紙の摩擦係数が 0 であったとき, 断面 2 次モーメントには線型性がある. つまり単に 16 枚重ねて摩擦係数 0 で折ったとすると, 1 枚の紙の断面 2 次モーメント $\frac{wd^3}{12}$ は, 16 倍, すなわち $16 \times \frac{wd^3}{12} = \frac{4wd^3}{3}$ になるにすぎない. 一方で紙がまったく滑らず, 完全に糊付けされていた場合は, 16 倍の厚みの紙の断面 2 次モーメントは $\frac{w(16d)^3}{12} = \frac{1024wd^3}{3}$ となる. つまり摩擦係数 0 の場合の 256 倍となる. したがって紙の滑りがあるかどうかは, 重要な影響力を持つ. 今回の実験の場合, 紙が重なっている中央付近では, 紙は互いに滑ることが可能である. ところが紙の両端の部分では, 紙が回り込んでいることにより固定され, ほとんど滑らない. したがって, ステップ (1) においては, 紙の両端部分の断面 2 次モーメントは, 中央付近のそれと較べて, 極めて大きいと考えることができる.

以上まとめると, 今回の問題においては, ステップ (1) でのごく局所的な折りの折りにくさが主要な原因である. もう少し正確に言えば, 局所的な折りには「端に折り目をつける」「板状の部分に非常に小さな幅で折り目をつける」の 2 種類の操作があるが, 後者は紙のすべりを考慮すれば, 両端部分に較べて極めて小さくなっていると考えられるため, 無視することができる. つまり, 前者の両端点のパイプの折りが折りにくさの原因であると結論できる. 紙の両端点のパイプの本数には差があるため, これらの両端の折りにくさは必ずしも一致しない. したがってこれら二箇所の折りにくさの大きい方を, この折り方の折りにくさとして採用する.

以上の考察をもとに, 本稿では, 両端点のパイプ部分の断面 2 次モーメントを計算し, これらの大きい方を, その折り方の困難性の評価値として採用することを提案する. パイプ部分だけの断面 2 次モーメントを出して合計した一覧を表 2 に示す.

感想	人数
<u>VVHHH</u> <HV VHH=VHVHH	5
<u>VVHHH</u> <VHVHH<HV VHH	3
<u>VVHHH</u> =HV VHH=VHVHH	2
<u>VVHHH</u> ≪VHVHH≪HV VHH	2
VHVHH< <u>VVHHH</u> <HV VHH	2
HV VHH=VHVHH< <u>VVHHH</u>	2
<u>VVHHH</u> ≪HV VHH<VHVHH	1
<u>VVHHH</u> =VHVHH<HV VHH	1
<u>VVHHH</u> <HV VHH≪VHVHH	1
<u>VVHHH</u> <HV VHH<VHVHH	1
VHVHH< <u>VVHHH</u> ≪HV VHH	1
VHVHH≪ <u>VVHHH</u> =HV VHH	1
HV VHH< <u>VVHHH</u> <VHVHH	1
HV VHH<VHVHH< <u>VVHHH</u>	1
VHVHH<HV VHH< <u>VVHHH</u>	1

表 3 3 種類の折り方 VVHHH(0.0036), HV VHH(0.029), VHVHH(0.029) の比較

例えば HHHV V の場合, まず左側のパイプは ($d = 0.092\text{mm}$ として)

$$2 \frac{\pi(2d)^4}{64} + 2 \frac{\pi(4d)^4}{64} = 0.0019 \dots$$

であり, 右側のパイプは

$$2 \frac{\pi(8d)^4}{64} = 0.0288 \dots$$

である. 右側の方が値が大きくなるため, こちらの値を採用する. それぞれ, ハーフパイプをパイプで計算しているので, 実際の値の 2 倍となっている*4. この値の大小を比較することで折りにくさ/折りやすさを評価するというのが本稿で提案する評価モデルである.

この値を図 4 のアンケート結果と比較してみると, 実験 1 は HHHV V(0.029) と HVHVH(0.23) の比較で, HVHVH の方が折りにくいという結果が一致している. 実験 2 は HHHV V(0.029) と VHHHV(0.23) の比較であり, これも VHHHV の方が折りにくいという結果は一致している. 実験 3 では VVHHH(0.0036) と HVHVH(0.23) であり, 圧倒的に VVHHH の方が折りやすいという結果とよく合致している. 素朴なモデルでは説明できなかった現象が, うまく説明できる. 実験 4 では VHHHV(0.23) と HVHVH(0.23) であり, 差がない. 図 4(4) のアンケート結果では, 「同じである」という結果が多数をしめており, これも素朴なモデルでは説明できなかった現象が, うまく説明できる.

■折り方 VVHHH と HV VHH と VHVHH 本提案モデルの有効性をさらに確認するため, 25 名の被験者に対して 3 種類の折り方 VVHHH(0.0036), HV VHH(0.029),

*4 正確を期するならば半分にした方がよいが, 比較するだけならパイプのまま評価すれば十分である.

VHVHH(0.029)を比較してもらった実験を行なった。素朴なモデルでは、 $\frac{l}{l_2}$ の値はどれも0.0018と同じ値である。アンケート結果をまとめると表3の通りである。値が最小の折り方VVHHH(0.0036)だけ下線を付した。この方法が最も折りやすいと感じた被験者は25名中13名であった。また、HVVHH(0.029)とVHVHH(0.029)の間では、「VHVHH(0.029)が折りやすい」は11名、「同じ」が9名、「HVVHH(0.029)が折りやすい」は5名であった。どれも本提案モデルとアンケートの結果が矛盾しないことが確認できる。

6 まとめと課題

本稿では、紙を半分ずつに5回折り、 $\frac{1}{32}$ に折り畳むときの折りにくさを評価する問題を考えた。まず、素朴なモデルでは、折り畳みの困難性をうまく説明できず、アンケートの結果と矛盾することを示した。次に折り紙の折り方を考慮したモデルを提案し、アンケートの結果をうまく説明できることを示した。提案モデルによると最も楽な折り方はVVHHHの順であり、実際のアンケート結果とも合致している。

提案モデルでは、紙の折り返し部分をパイプで表現し、それらを独立に同時に折るものとした。本問題に固有の性質を使っている部分があり、その点で適用範囲に制限がある。具体的には以下の点で制限がある。

まず折り紙の折り操作を考えて、テコの原理を使う変数 l を排除した。工業的な観点から言えば、実際の折り操作がテコの原理を使う場合は、この変数を評価に加える必要がある。また、折り線の幅 w も、今回の問題では本質的ではないとして、評価の対象から外した。しかし折り線が相対的に長い場合や、紙の摩擦が極めて大きい場合は、この w の影響も無視できないだろう。

さらに今回、折り線の山折りや谷折りを区別していない。具体的に言えば、紙の両端部分のパイプの折りに関して、直感的にはすべてのパイプを同じ高さに揃えて、一度に同じ方向に折ると考えている。山折りや谷折りを繰り返して、折り畳んだ紙が厚くなってきた場合、このパイプの「置かれる高さ」を考慮する必要があるだろう。具体的には、今はパイプを同じ高さに横に並べて一度に折るとしているが、厚みが出てくると、パイプの順序を考慮して、縦に積み重ねて一度に折らなければならない。この場合はパイプの太さだけでなく、積み重ねる順序によっても結果が変わってくるであろう。

こうした使用上の制限はあるものの、折り畳みの困難性を単純な方法で評価できる指標を与え、実際のアンケートの結果を正しく解釈できるようにしたことの意味は大きい。

ただ、本研究では非常に限定された範囲でのみ比較を行なっていることにも注意が必要である。特に今回の結果では、最終的に「含まれているパイプの最大径が大きいものほど折りにくい」という結論でも十分な説明になっている。本当にパイプ部分の断面2次モーメントが評価基準として妥当であるかどうかについては、さまざまな条件で、より詳細な実験を行なう必要がある。例えば厚みの違う紙で同じ太さのパイプを作って比較したり、太いパイプに匹敵する折りにくさを実現するために細いパイプが何本必要であるかを調べたりといった、定量的な評価が必要となろう。これは今後の課題である。

ともあれ今回の結果により、紙の両端の折り返し部分をなるべく薄くすることが重要で

あることがわかった。組合せ最適化の観点で言えば、与えられた山折り/谷折り線に沿って紙を折り畳むとき、紙の順序を入れ換えて、パイプの太さを最小にするという問題が考えられる。この問題は、1次元の紙テープの場合について解かれていて、すでに NP 完全問題であることが知られている [2]。したがって、一般にはコンピュータでも効率良く解くことはできない。一方で例えば「じゃばら折り」は折り畳み方は一通りしかなく、パイプの太さも最小である。今回の枠組みでは「じゃばら折り」にした紙をじゃばらの折り線と垂直に折るのは非常に簡単であると結論づけることができ、また実際に折ってみてもそれは実感できる。どのような折り線であれば「じゃばら折り」に近い折り畳み方が存在するのかといった、折り線のパターンの特徴づけに関する研究は、興味深い未解決問題である。

謝辞

本研究は、スーパーサイエンスハイスクール (SSH) 事業の一環として行われた。北陸先端科学技術大学院大学の國藤進氏、小松高校の川田篤氏には、研究を進める上での助力をいただいた。また東京大学総合文化研究科の館知宏氏には、板の折り曲げを始め、研究内容に関する助言を多数いただいた。深謝します。

参考文献

- [1] 神谷哲史. 神谷流創作折り紙に挑戦!. おりがみはうす, 2010 年.
- [2] T. Umesato, T. Saitoh, R. Uehara, H. Ito, and Y. Okamoto. Complexity of the stamp folding problem. *Theoretical Computer Science*, Vol. 497, pp. 13–19, 2012.